doi: 10.15940/j.cnki.0001-5245.2024.01.010

一种新的守时型原子钟综合时间尺度方法研究*

姜 萌[1,2,3]†

(1 西安科技大学机械工程学院 西安 710054)
(2 西安工程大学电子信息学院 西安 710048)
(3 浙江伟盈智能科技股份有限公司 诸暨 311800)

摘要 在这篇文章中, 提出了一种基于改进的指数平滑和Vondrak_Cepek联合平滑的氢铯综合时间尺度产生方法. 以最小误差方法为理论基础, 动态估计氢原子钟频率漂移参数, 提升氢原子钟钟差预测准确度; 基于改进的二次指数平滑产生氢原子钟组时间尺度、加权平均方法产生铯原子钟时间尺度, 同时设计Vondrak_Cepek滤波器以结合两类时间尺度长短期稳定度优势, 提升综合时间尺度性能. 实验结果表明, 所提方法产生的氢铯综合时间尺度时稳可达1.60×10^{-15}, 天稳可达3×10^{-15}, 优于ALGOS、AT1和Kalman滤波3种经典方法产生的时间尺度性能.

关键词 时间尺度, 钟差预测, 动态估计, 稳定度
中图分类号: P128; **文献标识码**: A

1 引言

高精度时间是一个国家综合国力的体现之一, 被广泛应用于社会生活、经济、军事等领域[1–2]. 目前, 国际原子时是利用全世界七十多家时间实验室的六百多台守时型原子钟加权平均产生[3]. 守时型原子钟主要分两种类型: 氢原子钟和铯原子钟[4]. 氢钟具有良好的短时特性, 而长时间特性较差; 铯钟的长期稳定性良好, 但短时波动性较大[5–6]. 如何合理利用两类原子钟优势, 是提升综合时间尺度性能的关键. 目前的氢铯联合时间尺度模型主要采用加权平均方式产生, 根据原子钟历史数据设置权重, 更注重综合时间尺度的长期稳定度[7]. 文献[8]为了充分利用氢原子钟的短期优势, 以氢原子钟作为参考时间尺度计算铯原子钟噪声, 接着对铯原子钟滤波并扣去钟速, 其次估计氢原子钟频率及频漂参数, 将扣除频漂和钟速的氢原子钟数据用于综合时间尺度的计算. 文献[9]中以全铯钟产生的时间尺度作为参考估计每台氢原子钟的频率及频漂参数, 然后经小波滤波减弱氢原子钟噪声, 最终产生综合时间尺度. 以上研究结果表明, 以氢原子钟为基准测量铯原子钟的主要噪声是高斯白噪声, 经过滤波去除噪声后, 其短期性能还是会受到铯原子钟噪音的干扰. 通过小波变换虽然可以有效减小铯原子钟噪声, 但必须兼顾分解层数、小波函数的选取等问题, 而这些主观因素也直接决定了小波滤波的有效性, 从而可能对综合时间尺度性能产生影响.

本文进一步对守时型原子钟综合时间尺度产生方法进行了探索, 并对不同类型时间尺度的联合技术展开了深入研究. 通过改进的二次指数平滑方法产生氢钟时间尺度、利用加权平均算法产生铯

2023-08-09收到原稿, 2023-10-12收到修改稿
*陕西省自然科学基础研究计划资助项目(2022JQ-014)资助
†m13259460281@163.com

钟时间尺度, 利用Vondrak_Cepek (V-C)平滑对两类时间尺度有效组合, 改善守时型原子钟综合时间尺度准确度和稳定度指标. 首先基于最小误差的理论基础, 对氢钟频漂参数预测进行数学建模, 以更准确地估计该参数; 然后利用二次指数平滑方法产生全氢钟时间尺度; 最后利用V-C平滑方法将两类原子钟组时间尺度进行结合, 改善守时型原子钟综合时间尺度性能.

本文提出的方法的主要创新如下:

1. 以最小误差理论为指导, 建立氢原子钟频率漂移参数预测模型, 改善氢原子钟钟差预测的准确性;

2. 提出在时间尺度层面对不同类型原子钟数据进行融合的概念, 设计V-C滤波方法, 优选参数, 并利用全氢钟时间尺度的一阶导数改善全铯钟时间尺度性能, 最终实现氢铯综合时间尺度长短期稳定度性能的提升.

2 理论基础

2.1 二次指数平滑钟差预测方法

传统的二次指数平滑方法的主要步骤是钟差预测、钟速预测及每台原子钟权重的确定. 以当前时间t的钟差测量数据为依据, 对下一时刻的钟差进行估计,

$$\widehat{X}_i(t+\tau)=X_i(t)+Y_i(t)\tau+\frac{1}{2}d\tau^2\,, \tag{1}$$

其中$X_i(t)$、$Y_i(t)$分别是钟i在时刻t的钟差和速率, τ是测量的时间间隔, d是原子钟频漂参数, $\widehat{X}_i(t+\tau)$是原子钟i在$(t+\tau)$时刻的钟差估计. 同时, 根据原子钟钟差的数据特点, 对应于n台原子钟可得到n个主钟与“纸面时”的差. 最后, 对上述所得的n个主钟与“纸面时”的差进行合理的加权产生最优的时间尺度,

$$X_j(t+\tau)=\sum_{i=1}^{n}w_i(\tau)\left[\widehat{X}_i(t+\tau)-X_{ij}(t+\tau)\right]\,, \tag{2}$$

其中$X_j(t+\tau)$是原子钟j在$(t+\tau)$时刻的钟差, w_i为第i台原子钟权重, $X_{ij}(t+\tau)$表示在$(t+\tau)$时刻原子钟i和j的钟差测量值. d的预测准确度直接影响原子钟钟差预测准确度, 进而影响综合时间尺度性能.

2.2 优化的二次指数平滑方法模型

利用预测误差动态估计氢原子钟频率漂移参数, 相比传统二次指数平滑钟差估计, 增加了预测间隔参数. 在该时间段内, 根据预测误差RMS (Root Mean Square)最小原则对d和平均时间进行最优估计, 从而提升钟差估计的准确度.

预测算子表达式如下

$$\hat{x}\left(t+\tau_1\right)=x(t)+\tau_1 y\left(t,\tau_2\right)+\frac{1}{2}d\tau_1^2\left(1+\frac{\tau_2}{\tau_1}\right)\,, \tag{3}$$

其中$\widehat{x}\left(t+\tau_1\right)$为$(t+\tau_1)$时刻的原子钟钟差预测算子, τ_1为预测间隔, τ_2为平均时间, $x(t)$表示t时刻原子钟钟差, $y\left(t,\tau_2\right)$为在t时刻平均时间为τ_2时的原子钟钟速因果移动平均算子.

预测误差定义为

$$\begin{aligned}\varepsilon\left(t,\tau_1,\tau_2\right)&=x\left(t+\tau_1\right)-\hat{x}\left(t+\tau_1\right)\\&=\Delta\left(\tau_1\right)\left\{x\left(t+\tau_1\right)\right\}-\frac{\tau_1}{\tau_2}\Delta\left(\tau_2\right)\left\{x(t)\right\}\,,\end{aligned} \tag{4}$$

其中$\Delta\left(\tau_1\right)$表示测量间隔为$\tau_1$时的钟差值和预测值之差.

预测误差RMS为

$$\mathrm{RMS}\{\varepsilon(t,\tau_1,\tau_2)\}=\sqrt{\int_0^{\infty}s_{xx}(f)\times|H(j2\pi f)|^2\mathrm{d}f}\,, \tag{5}$$

其中f为原子钟频率, s_{xx}表示原子钟钟差的离差平方和. 传递函数$|H(j2\pi f)|^2$的定义如下,

$$\begin{aligned}|H(j2\pi f)|^2=&4\left(\frac{\tau_1}{\tau}\right)\left(1+\frac{\tau_1}{\tau}\right)\sin^2\left(\pi f\tau_2\right)+\\&4\left(1+\frac{\tau_1}{\tau}\right)\sin^2\left(\pi f\tau_1\right)-\\&4\left(\frac{\tau_1}{\tau}\right)\sin^2\left(\pi f\left(\tau+\tau_1\right)\right)\,.\end{aligned} \tag{6}$$

2.3 Vondrak_Cepek平滑建模

优化的二次指数平滑方法产生氢钟时间尺度, 改善的加权平均方法得到全铯钟时间尺度, 最后对

两种不同类型的时间尺度进行有机结合. 这里全铯钟时间尺度(TA-Cs)用$m(t)$表示, 它是时间t的函数, 在t时刻的一阶导数定义为

$$m'(t)=\left[m\left(t+\tau_{\mathrm{Cs}}\right)-m(t)\right]/\tau_{\mathrm{Cs}}\,,$$

其中τ_{Cs}表示铯原子钟的钟差测量间隔. $M(t)$表示全氢钟时间尺度(TA-H), 其一阶导数定义为

$$M'(t)=\left[M\left(t+\tau_{\mathrm{H}}\right)-M(t)\right]/\tau_{\mathrm{H}}\,,$$

其中τ_{H}表示氢原子钟的钟差测量间隔. $m'(t)$和$M'(t)$表示两类钟组时间尺度速率. 如果铯原子钟和氢原子钟测量间隔相同, 则$m'(t)=M'(t)$. 则有

$$\int_{\mathrm{MJD1}}^{\mathrm{MJD2}} m'(\text{TA-Cs})\mathrm{d}t=\int_{\mathrm{MJD1}}^{\mathrm{MJD2}} M'((\text{TA-H}))\mathrm{d}t\,, \tag{7}$$

其中MJD (Modified Julian Day)为简化儒略日. 铯钟组时间尺度的估计计算如下:

$$m(\mathrm{MJD2})=m(\mathrm{MJD1})+M'(t)\Delta t\,, \tag{8}$$

其中Δt表示时间间隔.

本文在计算时, 选择的原子钟数据测量间隔为1 h, 因此两种原子钟的测量间隔相同. 那么全铯钟时间尺度在下一时刻的钟差估计可以使用此时全铯钟时间尺度钟差值与全氢钟时间尺度钟速和时间间隔乘积的和产生. 原子钟数据测量间隔的选取也对时间尺度的性能有着很大的影响. 测量间隔过大, 对于氢原子钟来说在该测量区间的频漂变大, 综合时间尺度准确性将受影响; 测量频率过大, 原子钟自身的噪声可能被测量噪声所掩盖, 导致原子钟准确建模更加困难, 最终影响时间尺度性能.

2.4 算法优势

文献[8]中产生氢铯综合时间尺度的方法是以高性能氢原子钟作为测量参考, 获取每台铯原子钟相对于该高性能氢原子钟的钟差, 然后对每台铯原子钟钟差数据利用数学滤波方法去除噪声, 再利用最小二乘法对铯钟钟差数据进行拟合, 估计每台铯原子钟钟速, 并将其扣除以备使用. 同时氢原子钟频率和频漂参数是利用二次拟合方法进行预测, 最后将扣去钟速的铯钟和扣去钟速频漂的氢钟组成守时钟组, 利用加权平均方法产生综合时间尺度. 而本文所提方法避免了使用氢钟作为测量基准, 利用改进的二次平滑动态估计氢原子钟参数产生氢钟组时间尺度, 并利用加权平均算法产生铯钟时间尺度, 最后采用V-C平滑结合两类钟组时间尺度的长短期优势. 该方法利用最优估计方法动态预测氢钟频漂参数, 较二次拟合方法的频漂参数估计更为准确合理. 同时, 利用加权平均方法产生铯钟时间尺度, 利用二次平滑方法产生氢钟时间尺度. 算法选择时考虑了加权平均方法依据原子钟所有历史信息来分配权重, 更注重时间尺度的长期性能, 适合长期性能更好的铯原子钟组; 二次指数平滑方法则更关注时间尺度实时性, 更适合短期性能良好的氢原子钟组. 最终采用V-C联合平滑方法综合两类时间尺度优势, 提升综合时间尺度性能.

3 实验及结果分析

3.1 算法设计

本文基于Fortran语言, 在Visual Studio编译环境开发了一套软件系统来实现改进的二次指数平滑(OX)和V-C平滑(OX+V-C)氢铯综合时间尺度算法. 图1为OX+V-C方法设计过程. OX+V-C实现主要包括如下几个环节: d的估计、n台原子钟与“纸面时”的时差预测、每台原子钟取权、主钟与“纸面时”的时差预测及钟速预测、氢钟组改进二次指数平滑时间尺度、铯钟组加权平均时间尺度、全氢钟时间尺度钟速产生、V-C滤波器设计及结果评估.

3.2 实验过程及结果分析

本实验以氢原子钟和铯原子钟为研究对象, 3台氢钟和3台铯钟构成守时钟组. 选择MJD59945–59975 (2023年1月1日到1月31日)的原子钟数据进行本文所提方法有效性验证. 首先, 根据最小误差理论估计每台氢原子钟频率漂移参数并设计指数滤波器, 计算改进二次指数平滑时间尺度TA-DH. 为分析该方法对时间尺度性能的提升, 与传统二次指数平滑的全氢钟时间尺度进行了对比. 根据氢原子钟最后5 d钟差数据的二次拟合对频率漂移

参数进行估计, 并计算二次指数平滑时间尺度TA-H, 结果如图2. 同时计算两种时间尺度的阿伦偏差(ADEV), 结果如表1所示.

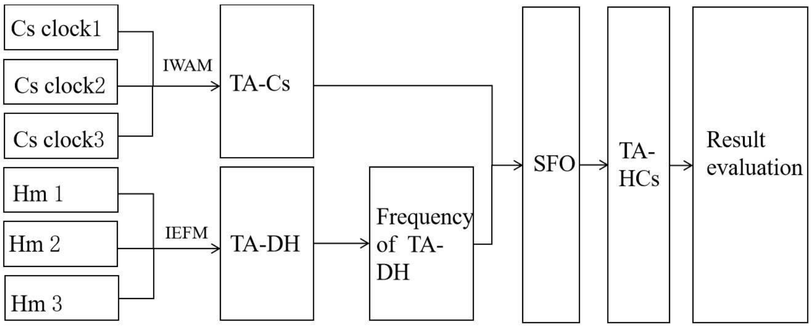

图 1　OX+V-C氢铯综合时间尺度算法流程

Fig. 1　The algorithm flow of the comprehensive time scale of OX+V-C hydrogen masers and cesium atomic clocks

Note: Hm in the figure represents the hydrogen master, TA-DH represents the time scale of the hydrogen clock generated after dynamically estimating the frequency drift parameters, IWAM represents the improved weighted average method, IEFM represents the improved quadratic smoothing method, SFO represents the optimal smoothing factor, TA represents timescale, and TA-HCs represents the comprehensive time scale of hydrogen maser and cesium atomic clock.

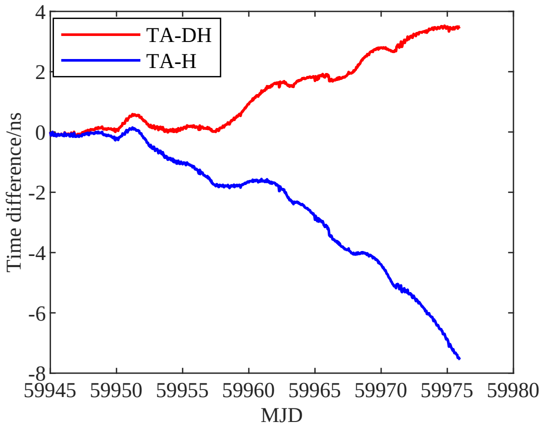

图 2　改进二次指数平滑时间尺度和二次指数平滑时间尺度

Fig. 2　Improved quadratic exponential smoothing time scale and quadratic exponential smoothing time scale

由图2可知, 改进的二次指数平滑得到的时间尺度在31 d的时间间隔中, 偏差在4 ns以内, 而固定频漂方法产生的时间尺度在相同时间段内的偏差在8 ns之内. 故所提改进的二次指数平滑方法可有效改善全氢钟时间尺度的准确度. 由表1得, TA-DH较TA-H在不同的平均时间下的阿伦偏差值小, 说明改进的二次指数平滑时间尺度长短期稳定度略优于相同钟组采用传统方法计算的时间尺度. TA-DH在1 h的稳定度为1.29×10^{-14}, 天稳定度为7.0×10^{-15}. 综上所述, 改进的二次指数平滑方法可以有效提升时间尺度的准确度, 同时对稳定度指标也有所改善.

表 1　改进二次指数平滑时间尺度和二次指数平滑时间尺度阿伦偏差

Table 1　The Allan deviation (ADEV) of improved quadratic exponential smoothing time scale and quadratic exponential smoothing time scale

Averaging time/ns	ADEV	
	TA-H	TA-DH
3.60×10^{12}	1.30×10^{-14}	1.29×10^{-14}
7.20×10^{12}	7.54×10^{-15}	6.67×10^{-15}
1.44×10^{13}	3.50×10^{-15}	3.38×10^{-15}
2.88×10^{13}	3.82×10^{-15}	3.75×10^{-15}
5.76×10^{13}	6.90×10^{-15}	6.90×10^{-15}
1.15×10^{14}	9.96×10^{-15}	9.67×10^{-15}
2.30×10^{14}	9.60×10^{-15}	9.46×10^{-15}
4.61×10^{14}	7.08×10^{-15}	6.87×10^{-15}

然后, 通过加权平均算法产生铯钟组时间尺度

TA-Cs. 全铯钟时间尺度短期波动大, 而长期波动较小; 全氢钟时间尺度则相反, 这种情况与V-C平滑理论模型非常相符. 最后, 通过计算全氢钟时间尺度一阶差分, 根据V-C平滑算法计算氢铯综合时间尺度, 时间尺度曲线见图3. 图4是3台铯钟加权平均产生的时间尺度与OX+V-C时间尺度残差分布情况. 从图3可得, 两条曲线走向一致, 但OX+V-C曲线较TA-Cs平滑很多, 证明该方法有效改善了时间尺度的短期波动且保留了全铯钟时间尺度的长期性能. 同时, 采用全铯钟时间尺度与OX+V-C时间尺度之间的均方根误差(Root Mean Square Error, RMSE)对实验结果进行评估, RMSE = 0.02, 表明V-C平滑方法得到的时间尺度能够跟随TA-Cs的趋势, 保留其大部分信息, 以有效利用全铯钟时间尺度长期优势. 图4可得, 两种时间尺度残差在0值左右波动, 其残差也服从正态时间分布规律, 这与白噪声特性吻合.

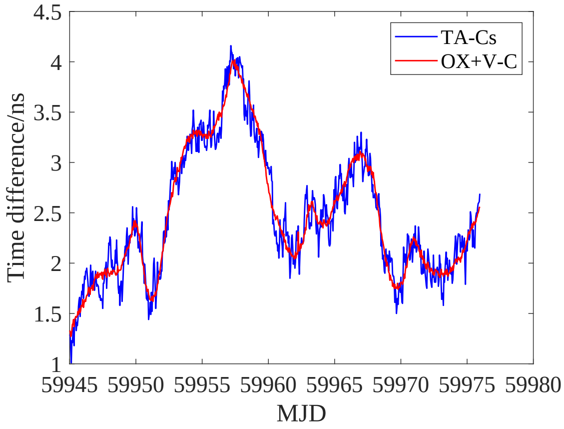

图 3　氢铯融合时间尺度和全铯钟时间尺度

Fig. 3　The comprehensive time scale of hydrogen masers and cesium atomic clocks and time scale of all cesium clocks

为检验OX+V-C氢铯综合时间尺度方法长短期稳定度是否有所改善, 本文也基于AT1、ALGOS以及Kalman滤波的3种经典算法产生的综合时间尺度相应指标进行了比较. 首先将3台氢钟扣去频率漂移对钟差的影响, 再与3台铯钟参与计算, 并利用传统AT1、ALGOS和Kalman滤波3种算法产生的综合时间尺度. 时间尺度结果见图5. 红色曲线代表ALGOS方法产生的氢铯综合时间尺度, 蓝色曲线代表AT1方法产生的氢铯综合时间尺度, 绿色曲线表示本文所提方法OX+V-C产生的氢铯综合时间尺度, 黑色曲线为Kalman滤波算法产生的氢铯综合时间尺度. 从图5可看出, OX+V-C时间尺度曲线比其他3条平滑, 且在一个月的时间间隔内, 时间偏差量最小. 同时, 计算以上4种综合时间尺度的阿伦偏差, 数据指标和分布情况见表2和图6. 从表2和图6可得, OX+V-C时间尺度在1 h稳定度为1.60×10^{-15}, 天稳定度为3.0×10^{-15}, 小于AT1、ALGOS、Kalman滤波3种方法产生的时间尺度对应指标. 因此, 进一步说明论文中所提方法的长短期稳定度均优于3种经典方法得到的时间尺度稳定度. 同时证明了该方法能有效利用两类原子钟组时间尺度优势, 进一步提升综合时间尺度性能.

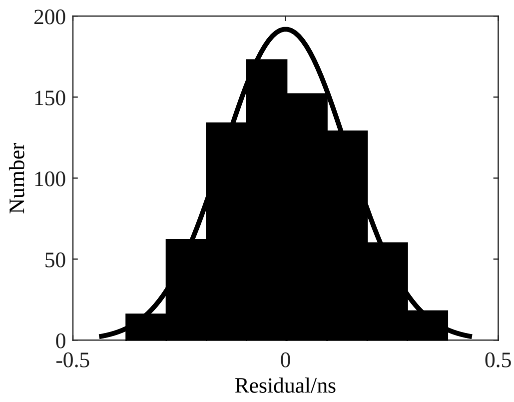

图 4　氢铯融合时间尺度和全铯钟时间尺度残差分布

Fig. 4　Time scale residual distribution of hydrogen maser and cesium atomic clock and all cesium clock

同时, 本文也利用同样的守时钟组原子钟数据, 依据文献[8]和文献[9]中采用的氢铯综合时间尺度计算方法分别产生两种融合时间尺度TA1和TA2; 利用优化的二次平滑方法分别产生氢钟组和铯钟组时间尺度, 再经V-C平滑产生综合时间尺度TA-EF-VC. 分别计算3类时间尺度的稳定性指标, 并与本文所提方法进行了比较, 结果见表3. 从表3中可看出, 本文所提方法OX+V-C产生的综合时间尺度时稳及天稳都高于其他3种时间尺度的对应指标, 进一步证明了OX+V-C算法在本文选定的6台原子钟数据计算中性能最优. 而本文所提方法产生的时

间尺度稳定性指标也比TA-EF-VC方法更好, 分析原因是由于铯钟无频漂项, 优化的二次平滑方法主要针对氢钟的频漂进行最优估计, 关注时间尺度的短期稳定度, 更适合短期性能较好的氢钟组.

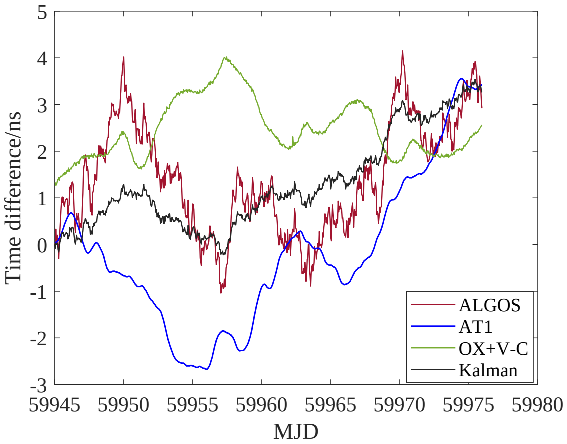

图 5 ALGOS、AT1、Kalman和OX+V-C算法的氢铯综合时间尺度

Fig. 5 Comprehensive time scales of hydrogen maser and cesium atomic clock for ALGOS, AT1, Kalman, and OX+V-C methods

4 结论

本文基于优化的二次指数平滑和V-C平滑方法, 建立一种新的守时型原子钟时间尺度产生模型, 通过氢钟组时间尺度的导数信息改善铯钟组时间尺度短期噪声大的问题, 实现了全氢钟和全铯钟在时间尺度层面的结合. 实验结果表明, 本文所提方法产生的综合时间尺度1 h稳定度达1.60×10^{-15}, 天稳定度达3.0×10^{-15}, 较ALGOS、AT1和Kalman滤波3种传统方法计算的综合时间尺度长短期性能有明显提高, 达到了预期效果, 证明了本文所提方法的有效性.

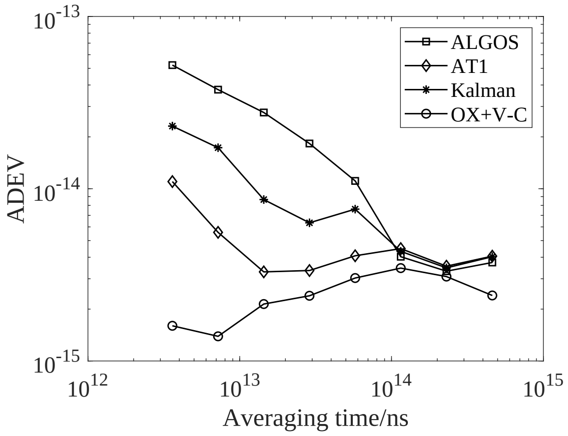

图 6 ALGOS、AT1、Kalman和OX+V-C算法方法综合时间尺度阿伦偏差趋势图

Fig. 6 The trend of Allan deviation of comprehensive time scale of ALGOS, AT1, Kalman, and OX+V-C methods

表 2 ALGOS、AT1、Kalman和OX+V-C算法方法综合时间尺度稳定度指标

Table 2 The stability indicator of comprehensive time scale for ALGOS, AT1, Kalman, and OX+V-C methods

Averaging time/ns	ADEV			
	ALGOS	AT1	Kalman	OX+V-C
3.60×10^{12}	5.22×10^{-14}	1.10×10^{-14}	2.31×10^{-14}	1.60×10^{-15}
7.20×10^{12}	3.76×10^{-14}	5.58×10^{-15}	1.73×10^{-14}	1.39×10^{-15}
1.44×10^{13}	2.77×10^{-14}	3.29×10^{-15}	8.65×10^{-15}	2.14×10^{-15}
2.88×10^{13}	1.83×10^{-14}	3.35×10^{-15}	6.34×10^{-15}	2.39×10^{-15}
5.76×10^{13}	1.11×10^{-14}	4.08×10^{-15}	7.61×10^{-15}	3.03×10^{-15}
1.15×10^{14}	4.03×10^{-15}	4.49×10^{-15}	4.33×10^{-15}	3.46×10^{-15}
2.30×10^{14}	3.32×10^{-15}	3.55×10^{-15}	3.47×10^{-15}	3.09×10^{-15}
4.61×10^{14}	3.73×10^{-15}	4.06×10^{-15}	4.03×10^{-15}	2.40×10^{-15}

表 3　TA1、TA2、TA-EF-VC、OX+V-C综合时间尺度稳定度指标

Table 3　The stability indicator of comprehensive time scale of TA1, TA2, TA-EF-VC and OX+V-C

Averaging time/ns	ADEV			
	TA1	TA2	TA-EF-VC	OX+V-C
3.60×10^{12}	8.43×10^{-14}	4.32×10^{-14}	3.31×10^{-14}	1.60×10^{-15}
7.20×10^{12}	6.38×10^{-14}	3.58×10^{-14}	2.33×10^{-14}	1.39×10^{-15}
1.44×10^{13}	2.93×10^{-14}	2.23×10^{-14}	6.72×10^{-15}	2.14×10^{-15}
2.88×10^{13}	2.36×10^{-14}	1.95×10^{-14}	5.23×10^{-15}	2.39×10^{-15}
5.76×10^{13}	1.92×10^{-14}	1.06×10^{-14}	8.84×10^{-15}	3.03×10^{-15}
1.15×10^{14}	1.32×10^{-14}	9.89×10^{-15}	5.62×10^{-15}	3.46×10^{-15}
2.30×10^{14}	9.37×10^{-15}	7.35×10^{-15}	4.48×10^{-15}	3.09×10^{-15}
4.61×10^{14}	6.64×10^{-15}	5.43×10^{-15}	3.29×10^{-15}	2.40×10^{-15}

参 考 文 献

[1] 董绍武, 王燕平, 武文俊, 等. 时间频率学报, 2018, 41: 73

[2] 张继海, 武文俊, 广伟, 等. 仪器仪表学报, 2018, 39: 96

[3] Sruthikeerthi N R, Maharana S, Rajathilagam B, et al. MAPAN, 2020, 35: 547

[4] Petit G, Arias F, Panfilo G. Comptes Rendus Physique, 2015, 16: 480

[5] Panfilo G and Arias F. Metrologia, 2019, 56: 042001

[6] Levine J. Review of Scientific Instruments, 2012, 83: 020901

[7] Arias F, Panfilo G, Petit G. Metrologia, 2011, 48: S145

[8] Suman S, Pascale D. Proceedings of Conference on Precision Electromagnetic Measurements. South Korea: IEEE Xplore, 2010, 1: 454

[9] 宋会杰, 董绍武, 姜萌, 等. 天文学报, 2018, 59: 5

A New Method of Comprehensive Time Scale for Time-keeping Atomic Clock

JIANG Meng[1,2,3]

(1 College of Mechanical Engineering, Xi'an University of Science and Technology, Xi'an 710054)
(2 School of Electronics and Information, Xi'an Polytechnic University, Xi'an 710048)
(3 Zhejiang Weiying Intelligent Technology Company Limited, Zhuji 311800)

Abstract A comprehensive time scale calculation method for hydrogen maser and cesium atomic clock based on the improved exponential filtering and Vondrak_Cepek joint smoothing method is proposed. It is based on the minimum error method, which dynamically estimates the frequency drift parameters of the hydrogen maser and improves the accuracy of predicting the clock bias of the hydrogen atomic clock; With the method of improved quadratic exponential smoothing, the hydrogen masers time scale is generated, and the weighted average method is used to generate the cesium atomic clocks' time scale. At the same time, the Vondrak_Cepek filter is designed to combine the long-term and short-term stability advantages of the two types of time scales to improve the comprehensive time scale performance. Experimental results show that the proposed method produces hydrogen cesium with a comprehensive time scale stability of up to 1.60×10^{-15} h^{-1}, stable up to 3 $\times 10^{-15}$ d^{-1}, outperforming the time-scale performance generated by three classic methods: ALGOS, AT1, and Kalman filtering.

Key words time scale, clock difference prediction, dynamic estimation, stability